Matemática Aplicada - Lista de Ejercicios N° 5

9 de noviembre de 2016

1. Explique en qué consiste la interpolación. ¿Cuál es la diferencia con el método de los mínimos cuadrados?

2. Explique cómo se llega a las fórmulas de integración numérica.

3. ¿Cuál regla de integración numérica es más exacta, la del trapecio o la de Simpson?

4. Explique cuál es la idea detrás de los métodos de Runge-Kutta.

5. ¿Cuál método es más exacto, el de Euler o el de Runge-Kutta?

6. (Burden 5.2.1) Aplique el método de Euler para aproximar las soluciones de los siguientes problemas de valor inicial.

   a) $y' = te^{3t} - 2y, \quad 0 \leq t \leq 1, \quad y(0) = 0, \quad h = 0{,}5.$
   b) $y' = 1 + (t - y)^2, \quad 2 \leq t \leq 3, \quad y(2) = 1, \quad h = 0{,}5.$
   c) $y' = 1 + \dfrac{y}{t}, \quad 1 \leq t \leq 2, \quad y(1) = 2, \quad h = 0{,}25.$
   d) $y' = \cos 2t + \operatorname{sen} 2t, \quad 0 \leq t \leq 1, \quad y(0) = 1, \quad h = 0{,}25.$

7. (Burden 5.2.3) Aplique el método de Euler para aproximar las soluciones de los siguientes problemas de valor inicial.

   a) $y' = \dfrac{y}{t} - \left(\dfrac{y}{t}\right)^2, \quad 1 \leq t \leq 2, \quad y(1) = 1, \quad h = 0{,}1.$
   b) $y' = 1 + \dfrac{y}{t} + \left(\dfrac{y}{t}\right)^2, \quad 1 \leq t \leq 3, \quad y(1) = 0, \quad h = 0{,}2.$
   c) $y' = -(y + 1)(y + 3), \quad 0 \leq t \leq 2, \quad y(0) = -2, \quad h = 0{,}2.$
   d) $y' = -5y + 5t^2 + 2t, \quad 0 \leq t \leq 1, \quad y(0) = \dfrac{1}{3}, \quad h = 0{,}1.$

8. (Burden 5.4.10) Aplique el método de Runge-Kutta de cuarto orden para aproximar las soluciones de los siguientes problemas de valor inicial y compare después los resultados con los valores reales.

   a) $y' = te^{3t} - 2y, \quad 0 \leq t \leq 1, \quad y(0) = 0, \quad h = 0{,}5,$ solución real $y(t) = \dfrac{1}{5}te^{3t} - \dfrac{1}{25}e^{3t} + \dfrac{1}{25}e^{-2t},$

b) $y' = 1 + (t - y)^2$, $\quad 2 \leq t \leq 3$, $\quad y(2) = 1$, $\quad h = 0{,}5$, $\quad$ solución real $y(t) = t + \dfrac{1}{1 - t}$.

c) $y' = 1 + \dfrac{y}{t}$, $\quad 1 \leq t \leq 2$, $\quad y(1) = 2$, $\quad h = 0{,}25$, $\quad$ solución real $y(t) = t \ln t + 2t$.

d) $y' = \cos 2t + \operatorname{sen} 2t$, $\quad 0 \leq t \leq 1$, $\quad y(0) = 1$, $\quad h = 0{,}25$, $\quad$ solución real $y(t) = \dfrac{1}{2} \operatorname{sen} 2t - \dfrac{1}{3} \cos 3t + \dfrac{4}{3}$.